

市場データ等を活用したデフレ確率の推計とその課題

湯山智教[†] 森平爽一郎[‡]

2017 年 10 月 31 日 Ver.2.5

要 旨

物価は生命保険や年金などの価値や価格に大きな影響を与える。従来は物価の上昇、インフレリスクを考慮した生命保険や年金に関する資産運用あるいは保険や年金のプライシングが重視された。しかし、我が国では、バブル崩壊後から最近に至るまで「デフレリスク」が大きな問題となった。保険や年金もこうした問題に直面している。本稿は、米国の中央銀行等においてデフレ確率が算出され、それを公表することで、デフレに陥るリスクを広く共有することができていることに鑑み、我が国においても同様なデフレ確率を算出することは可能なのか、そのための課題は何なのかといった問題について検討し、我が国におけるデフレ確率の推計を試みたものである。その際、欧米で行われている様々な推計方法を検討し、順序ロジットモデルによる推計を試みた。また、順序ロジットモデルにおいてしばしば指摘される平行性の問題についての指摘を考慮して、各カテゴリーにかかる係数が同じとする制約を緩める形での推計も行った。モデルの的中率は 7 割以上を確保することができ、推計されたデフレ確率の推移をみると、リーマンショックや 2000 年前後のデフレからの脱却を掲げていた時期にはやはりデフレ確率が高かったものの、リーマンショック直前の景気拡大期や、いわゆるアベノミクス以後にはデフレ確率が顕著に減少していることが示された。同時に推計された、2%の消費者物価上昇率の目標の達成確率をみると、引き続き低い状態が続き、依然として物価上昇の 2%達成を成し遂げることは厳しいことが示唆された。また、応用として、Wang 変換を用いた将来のデフレリスクをヘッジするためのデジタル（バイナリー）オプションの価格決定モデルを考え、その特徴を議論した。これによる、リスク回避度の変化に応じてリスク調整後デフレ確率を踏まえた議論を行った。

JEL 分類番号 : E3、E4、G1

キーワード : デフレ確率、物価目標、順序ロジットモデル、デジタル・オプション
期待インフレ率

[†] 東京大学公共政策大学院 yuyama@pp.u-tokyo.ac.jp

[‡] 慶應義塾大学（元早稲田大学大学院ファイナンス研究科） moridaira@waseda.jp

1. はじめに

物価は生命保険や年金などの価値や価格に大きな影響を与える。従来は物価の上昇、インフレリスクを考慮した生命保険や年金に関する資産運用あるいは保険や年金のプライシングが重視された。しかし、我が国では、バブル崩壊後から最近に至るまで「デフレリスク」が大きな問題となった。保険や年金もこうした問題に直面している。マクロ経済においても我が国では、バブル崩壊後から最近に至るまで、「デフレからの脱却」が経済・金融政策における最大の目標とされてきたと考えられる。例えば、2012年12月からの安倍政権による、いわゆるアベノミクスでは、その第一の矢（大胆な金融政策）において、企業・家計に定着したデフレマインドを払拭し、日本銀行は、経済・物価情勢を踏まえつつ、2%の物価安定目標を実現することが目標とされた。これに伴い、政府・日本銀行は2013年1月に「デフレ脱却と持続的な経済成長の実現のための政府・日本銀行の政策連携について（共同声明）」を発表し、デフレ脱却に向けて、一体となって取り組み、その一環として、2013年4月には「量的・質的金融緩和」（いわゆる異次元金融緩和）をはじめとした金融緩和策が実施された¹。こうした中、消費者物価指数の動きをみると（図1）、20年近く続いたデフレ状況（物価上昇率のマイナス）は、2013年以降はプラス傾向に転じ、デフレ脱却はなされたようにもみられるが、2016年には再びマイナス圏内へと戻ってしまった²。今後、どのような物価上昇率を辿り、「デフレからの脱却」がより確かなものとなるかは極めて重要な政策課題であるといえる。その際、「今後、デフレに陥る確率（以下、「デフレ確率」という。）」を把握することが、経済の実態を把握する上で有用であると考えられる。

この点に関して、米国においても、FRBは長期的な物価上昇率の目標（Goal）として2%を掲げており、物価上昇率の行方を見通すことは重要な政策課題となっている。こうした状況を反映して、一部の地方連邦準備銀行において、市場データ等から、今後のデフレ確率（Deflation Probability）を推計し公表している。具体的には、例えば、アトランタ連邦準備銀行は、2010年以降、今後5年間に消費者物価指数（CPI）が下落する確率を、市場データを用いて算出し、ホームページ上に公表している（図2）。また、その推計手法と対象は異なるものの、セントルイス連邦準備銀行も、個人消費支出価格指数（PCEPI³）が今後12ヵ月以内にゼロ以下に陥る確率を算出して、ホームページ上で公表している（図3）。このように、米国では、中央銀行等においてデフレ確率が算出され、それを公表することで、デフレに陥るリスクを広く共有することができている。

他方、我が国においては、このような取り組みはみられない。その理由としては、何が考

¹ 主な金融緩和にかかる施策として、2013年4月の「量的・質的金融緩和」に加えて、2016年1月「マイナス金利付き量的・質的金融緩和」、2016年9月「長短金利操作付き量的・質的金融緩和」が導入された。

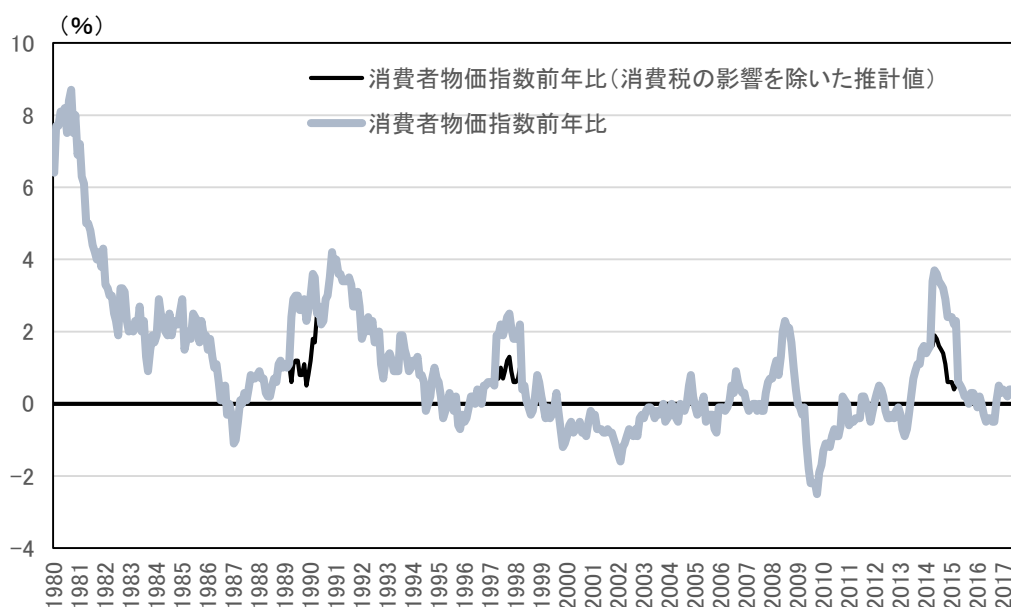
² デフレの定義は、政府としては「持続的な物価下落」としており、BISやIMFにおいては「少なくとも2年間の継続的な物価下落」をデフレと定義しているとされる（平成24年度 年次経済財政報告）。本稿では、デフレ確率という場合、「消費者物価指数がゼロ以下となる確率」を意味するものとする。

³ PCEPIは、Personal Consumption Expenditures Price Indexの略。

えられるのか、また我が国においても同様なデフレ確率を算出することは可能なのか、そのための課題は何なのか。本稿は、これらの課題について検討し、我が国におけるデフレ確率の推計を試み、今後の展望と課題について示すものである。

本稿の構成は、次のとおりである。まず、第2章において、デフレ確率の算出に関する先行研究を概観し、第3章において我が国で実施する際の課題と、仮に我が国においてデフレ確率の推計を行う場合の推計方法等について検討する。その上で、第4章において実際に我が国におけるデフレ確率の推計について試算を行い、第5章では、応用として、Wang 変換を用いた将来のデフレリスクをヘッジするためのデジタル（バイナリー）オプションの価格決定モデルを考え、その特徴を議論する。そして、最後の第6章において、まとめと今後の展望について述べる。

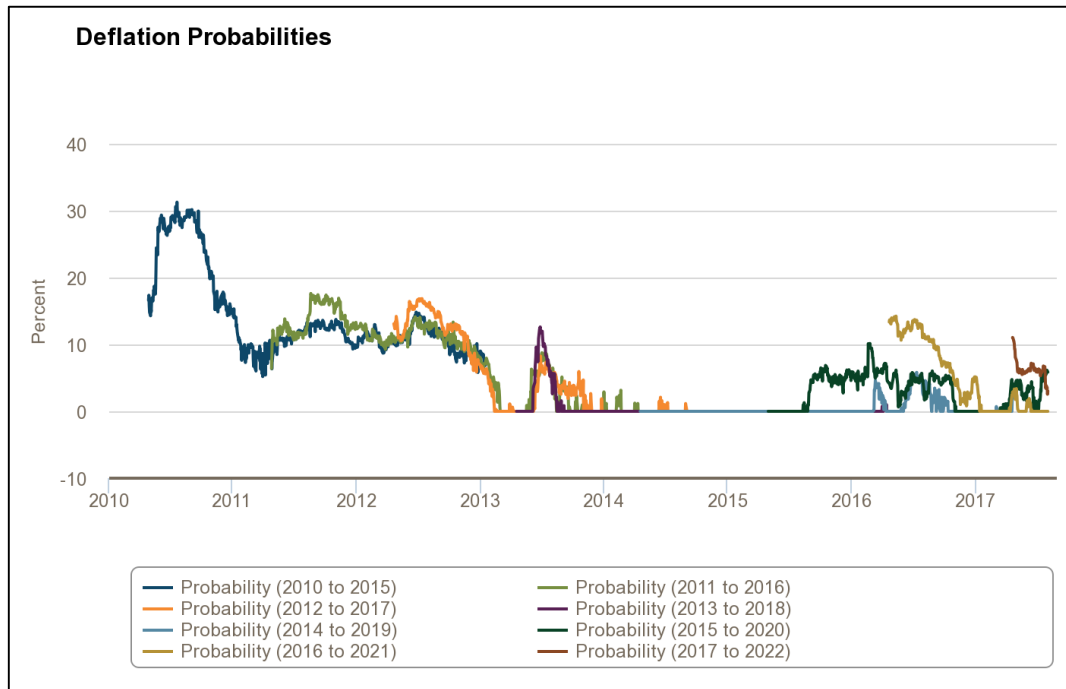
図 1 我が国の消費者物価指数（総合、対前年比上昇率）の推移



(注) 消費税の影響については、2%上昇時（1997年度）は1.2%、3%上昇時（1989年度、2014年度）は1.8%の影響（約6割）が出たものと仮定して推計。

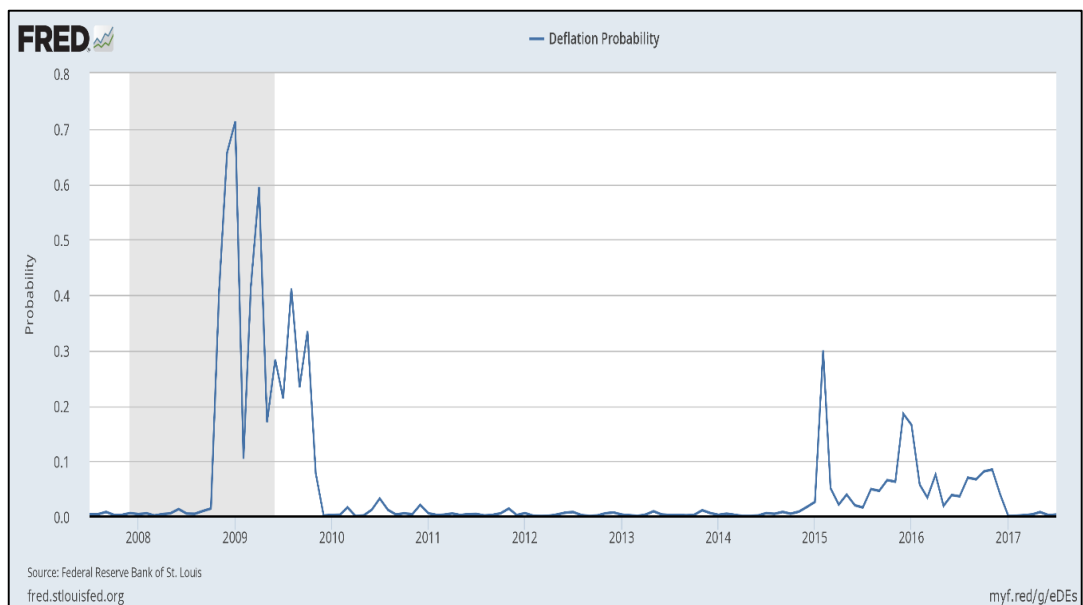
(出所) 総務省

図 2 アトランタ連邦準備銀行によるデフレ確率の公表



(注) 上記のデフレ確率は、Higgins (2010) による物価連動国債プライシングモデルによるもの。
 (出所) アトランタ連邦準備銀行ホームページ (2017 年 10 月時点) より抜粋
 < <https://www.frbatlanta.org/research/inflationproject/deflation-probabilities.aspx> >

図 3 セントルイス連邦準備銀行によるデフレ確率の公表



(出所) セントルイス連邦準備銀行ホームページ (2017 年 10 月時点) より抜粋
 < <https://fred.stlouisfed.org/series/STLPPMDEF> >

2. 先行研究

デフレ確率の推計に関する先行研究は、我が国においては極めて限定的であるものの、欧米においては比較的多くみられるので、以下において、その内容をサーベイする。

まず、アトランタ連邦準備銀行によるデフレ確率の推計は、2つの方法で行われており、いずれも市場に流通する物価連動国債を利用して算出される。1つ目は、米国では、5年物と10年物の物価連動国債が発行されており、これらを用いて、Wright (2009) に示された考え方をもとにデフレ確率を算出するものである。すなわち、米国の物価連動国債においては、価格の元本保証が付されていることから、投資家は元本割れリスクがないことに対して、その追加的なプレミアムを支払うものと考えられる。このプレミアムは、投資家側からみたら、元本価格を行使価格としたプットオプションのプレミアム価値に等しいと考えられ、元本保証のある物価連動国債の価格は、通常の国債価格と、このプットオプション価値を合成したものとなる。ここで、元本価格は、その発行時の価格であるため、例えば5年物の物価連動国債が2010年4月に発行され、2015年4月に満期を迎える場合、2010年4月発行時点の価格が元本保証価格であり、発行時点において、償還時価格が、この元本価格を下回る確率に基づいて、追加的なプレミアムを支払うことになる。物価連動国債の価格は、物価水準に連動することから、発行時点における元本価格を下回る確率は、すなわち、この時点におけるデフレ確率と等しくなると考えられる。そして、このプレミアム水準がどの程度かわかれば、デフレ確率を逆算することができる。Wright (2009) では、このプレミアム水準の推定に対して、5年物の物価連動国債と、同じ5年の残存期間を有する10年物の既発物価連動国債の差でもって求めることが可能としている。なぜならば、10年物の既発物価連動国債の元本価格は、さらに5年前時点（すなわち2005年4月）の価格であるため、この2010年4月時点における新発の5年物物価連動国債の価格と、残存期間5年の10年物の既発物価連動国債の価格の差が、プレミアム水準に等しいと考えることが可能となるためである。

アトランタ連邦準備銀行における2つ目の算出方法は、Sack (2000) による物価連動国債のプライシングモデルの考え方を応用・拡張したものである (Higgins, 2010)。具体的には、まず、 N 年後に満期がきて、 M 年前に発行された、 t 時点における物価連動国債の現在価値 (P_t^{TIPS}) は、期待インフレ率が、トレンドは一定としつつも $N(\bar{\pi}_t^*, \sigma_{\pi_t}^2)$ の正規分布に従うとすることを前提とした場合、以下の式で示されることとなる。

$$P_t^{TIPS}(N|\bar{\pi}_t) = \sum_{n=1}^{2(N+M)} \frac{c}{2} 100 (IR_{t,t-M}) E_t \left\{ IR_{t-M+\frac{n}{2}t} \middle| \bar{\pi}_t \right\} d_t^* \left(\frac{n}{2} - M \right) + 100 d_t^* (N) E_t [\max(1, IR_{t+N,t-M})] \quad (1)$$

ここで、 c はクーポンレート（クーポンは年2回支払い）、 $IR_{t,t-M}$ は、 $t-M$ 時点から t 時点までの消費者物価指数 (CPI) の上昇率 (= $1 +$ 期間物価上昇率)、 E_t は t 時点での期待値演算子、 $d_t^*(n)$ は n 年のゼロクーポンレートを $y_t^{zero}(n)$ としたときに $d_t^*(n) = \exp(-y_t^{zero}(n)n)$ とな

るような n 年後に 1 支払われる債券の割引現在価値（割引関数）を示す。このため、右辺第 1 項がクーポン価値、第 2 項が元本価値を示し、これには元本保証に伴うオプション価値が含まれることになる。そして、 $P_t^{TIPS}(N|\bar{\pi}_t)$ の期待値は、以下のようになる。

$$E_t[P_t^{TIPS}(N|\bar{\pi}_t)] = \int_{-\infty}^{\infty} P_t^{TIPS}(N|\bar{\pi}_t) \Phi\left(\frac{\bar{\pi}_t - \bar{\pi}_t^*}{\sigma_{\bar{\pi}_t^*}}\right) d\bar{\pi}_t \quad (2)$$

ここで、 Φ は、標準正規分布の確率密度関数（PDF）を示す。そして、 M 年前に発行された物価連動国債が、デフレで元本割れになる確率は、

$$E_t[Pr(IR_{t+5-M,t-M}^{TIPS5yr} < 1|\bar{\pi}_t)] = \int_{-\infty}^{\infty} Pr(IR_{t+5-M,t-M}^{TIPS5yr} < 1|\bar{\pi}_t) \Phi\left(\frac{\bar{\pi}_t - \bar{\pi}_t^*}{\sigma_{\bar{\pi}_t^*}}\right) d\bar{\pi}_t \quad (3)$$

で示される。これらより、最新の 5 年物の物価連動国債と、残存期間 5 年の 10 年物の物価連動国債の価格データを使い、 $\bar{\pi}_t^*$ と $\sigma_{\bar{\pi}_t^*}$ を計算し、デフレ確率を計算することができるとしている。

他方、セントルイス連邦準備銀行では、12 カ月先のインフレ率について、9 つのファクターを利用したベイジアン順序プロビットモデルを構築することで、デフレ確率を示している（Jackson *et al.*, 2015）。具体的には、①消費者物価指数、②生産者物価指数、③コモディティ価格、④住宅・商業不動産価格、⑤労働市場指数、⑥金融変数、⑦インフレ期待、⑧ビジネス・消費者サーベイデータ、⑨外国価格変数、のファクターについて、計 104 の変数を利用して PCE デフレーター の 12 カ月先の値に関するベイジアン順序プロビットモデルを作成し、各閾値（0%以下、0~1.5%、1.5%~2.5%、2.5%超の 4 領域。ここで 0% 以下となる確率がデフレ確率）に該当する確率を算出している。すなわち、 π_t を t 期間のインフレ率とした場合に、

$$\begin{aligned} \Pi_t &= 1 \quad \text{if } \pi_t \leq 0 \\ \Pi_t &= 2 \quad \text{if } 0 < \pi_t \leq 1.5 \\ \Pi_t &= 3 \quad \text{if } 1.5 < \pi_t \leq 2.5 \\ \Pi_t &= 4 \quad \text{if } 2.5 < \pi_t \end{aligned} \quad (4)$$

としてインフレ率をもとに 4 つの状態にカテゴライズする。その上で、 t 時点における h 期間のインフレ率予測値 $\pi_{t+h|t}$ が、9 つのファクター（ $F_{t,j}, j = 1, 2, \dots, 9$ ）とインフレ率の前期値の線形関数として、以下の式で示される。

$$\pi_{t+h|t} = c + \alpha\pi_{t-1} + \sum_j^9 \beta_j F_{t,j} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t = N(0,1) \quad (5)$$

また、この予測値が 4 つのカテゴリーを k として、それが 1 すなわちインフレ率が 0 以下（＝デフレ）となる確率は、

$$\Pr(\Pi_{t+h|t} = 1) = \Pr(\pi_{t+h|t} \leq 0) \quad (6)$$

として計算される。このモデルは、物価予測ではなく、物価がある閾値を超えるリスク（確率）を示すことが目的であるとしている。なお、Jackson *et al.*(2015)では、一定のカテゴリに入る確率を PPM（Price Pressure Measure）として、12 期間の移動平均による値をもって示しており、Jackson *et al.*(2015)では 12 期間に対し均等にウェイト（ $w_h = 1/12$ ）を付けている。

$$\text{PPM} = \sum_{h=0}^{12} w_h \Pr(\pi_{t+h|t} \leq 0) \quad (7)$$

この他に、インフレスワップ・レートとそのデリバティブを利用してデフレ確率を算出している先行研究として、Kitsul and Wright（2013）、Fleckenstein *et al.*（2017）が挙げられる。これは、OTC 市場で取引されている、物価水準がある一定水準（例えば 2%）のキャップやフロアを超えるとペイオフが生じるオプションの価格を用いて、その価格にインプライされた、満期におけるインフレ率の実現確率を直接的に求めるものである。

また、Christensen *et al.*（2012, 2015）は、プライシング・カーネルの考え方をを用いて、米国において名目・実質のアフィン金利期間構造モデルを構築することで推計されたイールドカーブ情報を用いて、デフレに陥る確率を推計している。

更に、Smith（2012）は英国の小売物価指数に関するオプション価格が意味する将来の物価水準の確率分布を推定している。英国、フランス、米国などでは満期が 1 年から 30 年の長期に及ぶ物価指数を原資産とし、数多くの行使水準を有するヨーロピアンオプションが取引されているためこうしたことが可能である。

我が国に関する先行研究は極めて限定的であるが、森平・湯山（2017）が、元本保証のある物価連動債の価格を、プライシング・カーネルの考え方を活用して、リスク中立的評価でなく、投資家のベキ型効用関数を最大にすることから導かれる均衡価格として求め、その均衡価格に内容されている将来のデフレとインフレ確率をどのように計算できるか、実際の名目割引債と物価連動債の市場価格から投資家の抱く将来の期待インフレ率やそのボラティリティ、消費と物価の間の相関、リスク回避度などの推定できることを、日本の現在の国債市場の現状を踏まえた上で、議論しており、デフレ確率の推計等に関する実証研究の可能性について指摘している。

このように、デフレ確率の推計については、大きく分けて、①参照する物価水準が異なる物価連動国債の元本保証を利用した方法、②物価連動国債のプライシングモデルを利用した方法、③インフレスワップとそのデリバティブ（キャップとフロアのオプション価格）を利用して、インプライされた実現確率を求める方法、④順序プロビットモデルを用いた方法、⑤プライシング・カーネルを利用した方法、にわけられると整理することができる。

3. 我が国のケースに関する検討

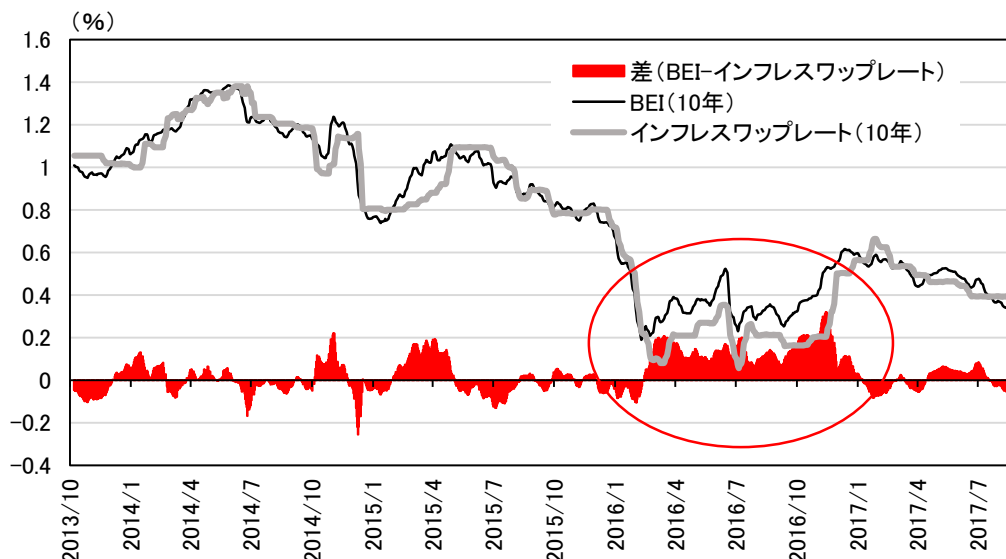
本章では、我が国の状況を考えた場合、どのような推計方法が可能かについて検討する。

3.1 物価連動国債を用いた方法

まず、物価連動国債を用いた2つの方法について検討する。物価連動国債について、米国と我が国の間での最大の違いは、米国が5年物と10年物の2つの種類があるのに対して、我が国については10年物のみであるという点である。このため、米国のアトランタ連銀が用いた方法のように、新たな5年物の物価連動国債を発行する時点において、残存期間5年である10年物の物価連動国債と比較して、その差でもって元本保証のプレミアム水準を推計する方法を用いることができない。

これに代替する方法として考えられるのが、インフレスワップ・レートを用いる方法である。すなわち、インフレスワップ・レートには元本保証のオプションは付されていないため、同期間の、物価連動国債利回りと普通国債利回りの差から計算されるブレイクイーブンインフレーション（BEI）と、インフレスワップ・レートを比較した場合について、前者の方が元本保証オプションプレミアムの分だけ高くなるはずである。しかしながら、物価連動国債とインフレスワップともに流動性による影響が大きい上に、元本保証オプションプレミアムの水準は、期待インフレーションが一定程度見込まれる場合には極めて低い水準（数ベース程度）と考えられることから、こうした差が生じているのか実際のデータにより確認したところ、図4に示すとおり、2016年1月からのマイナス金利時に、インフレスワップ・レートとBEIの差が開いており、平均的に10bp程度の差（2016年2～9月）が生じている。

図4 インフレスワップ・レートとBEIの差



(注) 流動性制約があることから、各データについて前5期移動平均をとったもの（2013年10月10日～2017年9月20日）

(出所) Bloomberg

他の期間は、一時期を除いて大きな差が生じていないことから勘案すると、この時期にはマイナス金利がデフレに陥るリスクを拡大させてデフレ確率が上昇し、物価連動国債に関するデフレフロアのオプション価値がプラスになっている可能性が考えられる。このため、この BEI とインフレスワップ・レートとの差を用いて、デフレ確率を算出することは、一定程度は可能であると考えられる。ただし、物価連動国債とインフレスワップ・レートともに、取引の流動性が少ないことに伴う影響が大きいと、流動性リスクプレミアムをどう考えるかが課題であり、実態としては流動性リスクプレミアムの値の方がデフレフロアのオプション価値よりも大きいことが予想されるために、この影響を修正しない限り、推計は極めて困難となる可能性がある。

アトランタ連邦準備銀行で用いている Higgins (2010) の物価連動国債のプライシングモデルを利用した方法については、期待インフレ率のトレンド値が一定であり、かつ、インフレ率の正規性が各年を通じて続くという強い仮定があるものの、一定程度、計算可能であると考えられる。もっとも、我が国においては、元本保証が付された物価連動国債銘柄が 2013 年 10 月の発行再開後に限られる上に、年間 4 回入札が行われるものの、そのうち 3 回はリオープンによる同一銘柄としての入札となるため、元本保証が付された銘柄として流通しているものは、わずか 6 銘柄に過ぎないことの留意する必要がある（表 1、2017 年 9 月時点）⁴。また、既述のとおり、物価連動国債については、流動性リスクプレミアムの影響が大きいことが指摘されており（湯山・森平 2017）、その影響を修正する必要があることもまた課題となる。

表 1 我が国における物価連動国債の流通銘柄（2017 年 9 月時点）

	銘柄	償還日	期間	表面利率 (クーポン)	元本保証
1	物価連動国債(第14回債)	2017年12月10日	10年	1.2%	なし
2	物価連動国債(第15回債)	2018年3月10日	10年	1.4%	なし
3	物価連動国債(第16回債)	2018年6月10日	10年	1.4%	なし
4	物価連動国債(第17回債)	2023年9月10日	10年	0.1%	あり
5	物価連動国債(第18回債)	2024年3月10日	10年	0.1%	あり
6	物価連動国債(第19回債)	2024年9月10日	10年	0.1%	あり
7	物価連動国債(第20回債)	2025年3月10日	10年	0.1%	あり
8	物価連動国債(第21回債)	2026年3月10日	10年	0.1%	あり
9	物価連動国債(第22回債)	2027年3月10日	10年	0.1%	あり

(出所) Bloomberg

3.2 インフレスワップ・デリバティブを用いた方法

Kitsul and Wright (2013)、Fleckenstein *et al.* (2017) のように、インフレスワップとそのデ

⁴ 国債のリオープン方式とは、国債の発行に際して、既発債と同一のクーポン及び元利払期日を設定し、同一の回号を付すことにより、発行時からその国債を既発債と同一銘柄として取り扱うもの（日本証券取引所ホームページより抜粋）

リバティブ（インフレ率のキャップ・フロアのデリバティブ商品）を用いた方法については、我が国においても、こうしたインフレデリバティブ商品は OTC 市場で取引されているとされるものの（小林 2013）、きわめて流動性が低いと予想される上に、そのデータ入手は困難であり、分析に用いることは難しい⁵。

3.3 順序プロビットモデルを活用した方法

セントルイス連銀の Jackson *et al.*（2015）によるベイジアン順序プロビットモデルを活用する方法については、ファクターとなる要素は米国とは異なりうるものの、物価の決定要素となりうる市場データ・経済データを利用することにより、我が国においても推計可能であると考えられる。ただし、理論的な背景はあまり勘案されない予測型モデルであることに加え、Jackson *et al.*（2015）には、推計結果の詳細は示されておらず、一般に順序プロビットモデルを活用する際にしばしば指摘される符号条件や平行性の問題について、どのように処理されているのかわからない。このため、これらの課題についての検討を行った上での推計を行う必要があると考えられる。

3.4 プライシング・カーネルを利用した方法

Christensen *et al.*（2012, 2015）、森平・湯山（2017）が示したようなプライシング・カーネルを用いたアプローチについては、理論的な整合性が図られているという点ではもっとも優れていると考えられるが、我が国においては、既述のとおり、元本保証の付されている物価連動国債の銘柄数が 6 銘柄とあまりに少ないこと、また、森平・湯山（2017）の示した方法については、観察される物価連動国債価格に含まれる流動性リスクプレミアムをどう処理するかという課題があげられる。

⁵ Bloomberg によると、取引が極めて少ないとの理由で提供されていなかった。もっとも、米国のインフレキャップ・フロアのプレミアム等は提供されている。

4. デフレ確率の試算

これまでに示したように、我が国における物価連動国債の銘柄制約や流動性リスクプレミアム等の状況、インフレスワップのデリバティブ市場のデータ制約等を勘案すると、セントルイス連銀の行っている Jackson *et al.* (2015) による順序プロビットモデルを活用する方法が市場参加者の期待を考慮したデフレ確率を推定する上で適切であると考ええる。なお、Jackson *et al.* (2015) は順序プロビットモデルの係数の不確実性を考慮したベイジアン順序プロビットモデルを用いているが、ここでは推定される係数と閾値には不確実性がないと考えた⁶。また順序ロジットモデルも順序プロビットモデルも、ともに正規あるいはロジスティック分布という平均に関して対照な分布であり基本的な考え方は同じであることから、本稿では順序ロジットモデルによる計算を用いる。

他方、この順序ロジットモデルの適用についても、平行性などの問題点が指摘されていることから、これらについて勘案した上で、我が国の市場データ等を活用したデフレ確率の推計についての試算を行う。

4.1 順序ロジット・プロビットモデルの活用に関する留意点

金融分野において順序ロジットモデル（又は順序プロビットモデル。以下同じ）を活用した研究としては、我が国においても、例えば格付けデータの分析に見られる（中山・森平 1998、安川 2001）。もっとも、順序ロジットモデルの利用に関しては、平行性の仮定、すなわち回帰係数が目的変数の順序カテゴリーに依存せずに複数のカテゴリー間において一定であるとする条件が満たされているかという点からの問題点が指摘されている（小林 2001、安川 2002）。この他の金融以外の社会科学分野における使用例についても、順序ロジットモデルの使用については、平行性の仮定が指摘される例が多い（Long, 1997; 柳下・不破 2016 等）。以下では、まず順序ロジットモデルを説明し、その後平行性の仮定を緩めた一般化順序ロジット回帰モデルについて、デフレ確率の推定例に準拠して説明する。

4.1.1 順序ロジットモデル

将来の物価水準の見通しに関してどのようにモデル化すべきかについては、先行研究に述べたように様々な方法があるが、ここでは次のように考える。多くの人々は将来の物価水準に関して細かい数値予測をしているわけではない。大まかな予測、例えば中央銀行のインフレ目標水準、デフレになる可能性、あるいは、3 から 4 パーセント、と言った水準が達成される可能性で考えているはずである。本稿では将来（12 カ月後）の物価上昇率を以下のように $Y_t = 1, 2, 3$ の 3 つのカテゴリー（ $Y_t = 1$: 0% 未満つまりデフレ状態、 $Y_t = 2$: 0% 以上～

⁶ 係数と閾値の推定値は母集団からランダムに抽出された標本から計算されたため確率変数でありその平均と分散を計算するという意味では不確実性を有している。順序プロビットモデルにおいて係数と閾値の不確実性を考慮した推定に関しては、Train(2003)の第 7 章を参照のこと。

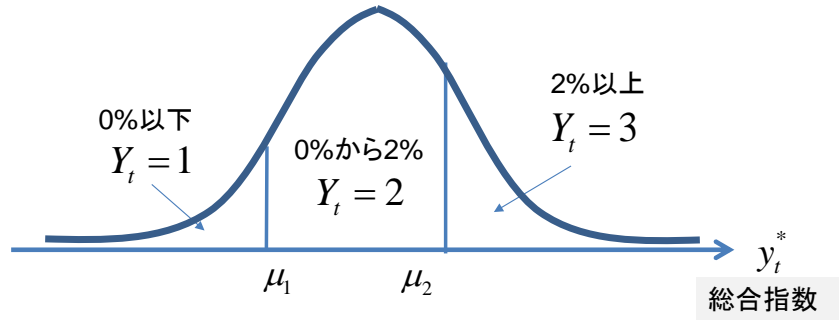
2%未満、 $Y_t = 3:2\%以上=3$)に分ける。さらにその時々で利用可能な観察可能なマクロ経済指標等が一定水準を満たせば特定の物価水準が実現するであろうと考える。

本稿では、こうした考え方を次のようにモデル化する。人々は t 期に 12 ヶ月後の物価を判断するために L 個のマクロ経済変数を総合的に勘案し決定すると考える。この総合的な指標の t 期の値を y_t^* とすると、それは L 個のマクロ経済変数の加重和として次のように定式化できよう。

$$\tilde{y}_t^* = \sum_{l=0}^L \beta_l x_{t,l} + \tilde{\varepsilon}_t = \mathbf{x}_t \boldsymbol{\beta} + \tilde{\varepsilon}_t \quad (8)$$

ここで $\mathbf{x}_t = (x_0, x_{t1}, \dots, x_{tL})$ は定数 1 と t 期の L 個のマクロ経済変数からなるベクトルである。 $\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_L)$ は定数とそれぞれのマクロ経済変数に対する $L+1$ 個の重みを、 $\tilde{\varepsilon}_t$ はロジスティック分布に従う誤差項であり、したがって \tilde{y}_t^* もロジステック分布に従う。将来の物価上昇率が $j = 1, 2, \dots, j$ 番目のカテゴリーに属する確率は、 t 期の総合指数 y_t^* が特定の範囲内にある確率として図 5 のように示すことができる。

図 5 物価上昇率が特定の範囲にある確率



例えばデフレになる確率は、 μ_1 を最初の閾値とすると、次のようにロジステック分布関数を用いて表すことができる。

$$P(Y_t = 1) = P(y_t^* \leq \mu_1) = \frac{\exp(\mu_1 - \mathbf{x}_t \boldsymbol{\beta})}{1 + [\exp(\mu_1 - \mathbf{x}_t \boldsymbol{\beta})]} \quad (9)$$

0%~2%である確率は、2%以下になる確率から上のデフレ確率を差し引いて

$$\begin{aligned} P(Y_t = 2) &= P(\mu_1 \leq y_t^* \leq \mu_2) = P(y_t^* \leq \mu_2) - P(y_t^* \leq \mu_1) \\ &= \frac{\exp(\mu_2 - \mathbf{x}_t \boldsymbol{\beta})}{1 + [\exp(\mu_2 - \mathbf{x}_t \boldsymbol{\beta})]} - \frac{\exp(\mu_1 - \mathbf{x}_t \boldsymbol{\beta})}{1 + [\exp(\mu_1 - \mathbf{x}_t \boldsymbol{\beta})]} \end{aligned} \quad (10)$$

と計算できる。同様にして 2%以上になる確率は、分布の全体の面積 (=1) から 2%以下に

なる確率を引いて

$$P(Y_t = 3) = 1 - P(y_t^* \leq \mu_2) = 1 - \frac{\exp(\mu_2 - \mathbf{x}_t \boldsymbol{\beta})}{1 + [\exp(\mu_2 - \mathbf{x}_t \boldsymbol{\beta})]} \quad (11)$$

と表現できる。ここで、未知のパラメーターである $L+1$ 個の係数: $\beta_l = (\beta_0, \beta_1 \dots \beta_L)$ と $J=3$ 個のカテゴリーの閾値: (μ_1, μ_2) を最尤法によって推定する。

4.1.2 一般化順序ロジットモデル

こうした順序ロジットモデルに対し、それぞれのカテゴリーに対する説明変数の影響力を示す $\boldsymbol{\beta}$ は異なるのではないかとする指摘が平行性の仮定に関する指摘である。これに対応し、 $\boldsymbol{\beta}$ が一定との仮定を緩めた順序ロジットモデルが一般化順序ロジットモデル (Generalized ordered logit model) であり、

$$P(Y_t \leq j) = P(y_t^* \leq \mu_j) = \frac{\exp(\mu_j - \mathbf{x}_t \boldsymbol{\beta}_j)}{1 + [\exp(\mu_j - \mathbf{x}_t \boldsymbol{\beta}_j)]} \quad j = 1, 2, \dots, J-1 \quad (12)$$

とモデル化される⁷。通常の順序ロジットモデルと比べると、 $\boldsymbol{\beta}$ の係数に添え字 j が付されている点が変わり、カテゴリー毎に係数 $\boldsymbol{\beta}$ の値が $\boldsymbol{\beta}_j$ と異なる。しかしながら、これは同じ独立変数に対して各カテゴリーで係数が異なり、また、しばしば符号条件も異なる可能性があることから、モデルの解釈が難しくなる可能性がある。これに対して、さらに平行性の仮定を満たす係数と平行性の仮定を緩めた場合の係数の混在を許容する Peterson and Harrell(1990) による一般化順序ロジットモデル (=部分比例オッズモデル: Partial proportional odds models) が提案されている。例として説明変数が3つの場合の、デフレ確率と2%以上の上昇率確率の場合を例にとって考えてみよう。

$$P(Y_1) = \frac{\exp(\mu_1 - (\beta_1 x_{1,t} + \beta_2 x_{2,t} + \beta_{3,1} x_{3,t}))}{1 + [\exp(\mu_1 - (\beta_1 x_{1,t} + \beta_2 x_{2,t} + \beta_{3,1} x_{3,t}))]} \quad (13)$$

$$P(Y_3) = 1 - \frac{\exp(\mu_2 - (\beta_1 x_{1,t} + \beta_2 x_{2,t} + \beta_{3,2} x_{3,t}))}{1 + [\exp(\mu_2 - (\beta_1 x_{1,t} + \beta_2 x_{2,t} + \beta_{3,2} x_{3,t}))]} \quad (14)$$

ここで β_1 と β_2 は独立変数 $x_{1,t}$ と $x_{2,t}$ に対し異なるカテゴリー (デフレと2%以上) で同一であるが、第3番目の独立変数 $x_{3,t}$ の係数 β_3 は、デフレ確率推定に対しては $\beta_{3,1}$ 、2%以上確率においては $\beta_{3,2}$ となり、係数が $j=2$ 番目のカテゴリーに依存して異なる係数を推定する。平行性の仮定が緩められて定式化されており、推定に必要となるパラメーターが通常の一般化順

⁷ 一般化順序ロジットモデルについては北村 (2009) においても、Williams (2006) や Long (1997) を参照する形で解説がなされている。

序ロジットモデルよりも少ない推計が可能となる。しかしながら、このモデルについても係数の符号条件が満たされなかった場合についての取り扱いが困難なものとなる可能性がある。本稿では、上記のモデルをそれぞれ推計していく。

なお、セントルイス連銀の行っている Jackson *et al.* (2015) による順序プロビットモデルを活用したデフレ確率の推計については、平行性の仮定についての考慮がなされていないばかりでなく、推計結果も示されていないため符号条件の適否についても判別することができない。

4.2 使用データ

セントルイス連銀の Jackson *et al.* (2015) では、104 の変数から、物価に影響を与えうる 9 つのカテゴリーを抽出する作業を主成分分析により行った上で、上記の順序プロビットモデルによるデフレ確率の推計を行っている。本稿では、後者に重点を置くことから、大量の時系列データから 9 つのカテゴリーに抽出する作業は行わずに、Jackson *et al.* (2015) で示されたカテゴリーに含まれるような市場・経済データを用いて順序ロジットモデルによる推計を行う。用いたデータは表 2 のとおりであり、1990 年 1 月～2017 年 6 月までの月次データを用いた。これらのデータの記述統計を示したものが表 3 であり、相関行列をみたところ、0.8 以上の高い相関が生じているケースはみられない。

なお、上記変数選択においては、一定程度の経済理論的な背景も含まれる。例えば、我が国の物価の動きについては、しばしば現実の物価上昇率の影響を受ける「適合的な期待形成」や原油価格の影響を強く受ける可能性が指摘されており（日本銀行 2016、日本銀行企画局 2016 等）、これは消費者物価指数の今期の値が来期以降にも一定程度反映されることを意味していることから、説明変数として消費者物価指数上昇率の当期分や原油価格が含まれることには妥当性がある。

また、経済の需給ギャップがプラス方向に高いと、需要圧力が強いことから、物価上昇圧力が高まるという考え方があり、これに対応するものとして、全産業活指数についての HP フィルタした値と実績値とのギャップが需給ギャップに相当すると考えて、このギャップが大きいと物価上昇圧力が高まるとすることで、説明変数に需給ギャップ（全産業活動指数の Hodrick-Prescott (HP) フィルタ値によるギャップ）を含めることには妥当性がある。同時に、いわゆるフィリップスカーブの考え方から、失業率が低い（＝有効求人倍率が高い）と物価上昇圧力が高まると考えられ、このため説明変数には有効求人倍率が含まれる。

この他の国内企業物価指数、住宅価格指数、輸入物価指数、日経平均株価（＝資産価格）については価格指数であることから、当然のことながら消費者物価指数と関連性が生じうる変数であるといえる。

表 2 使用データ

	略号	使用データ
①消費者物価指数	JCPIT	消費者物価指数（総合、前年同月比） ^{（注1）}
②生産者物価指数	JWS	国内企業物価指数（前年同月比）
③コモディティ価格	WTI	WTI（原油価格）
④住宅・商業不動産価格	REIPYR	住宅価格指数・新設住宅着工戸数（前年同月比） ^{（注2）}
⑤労働市場指数	JARATE	有効求人倍率(季節調整値)
⑥金融変数	NKY	日経平均株価
⑦インフレ期待	JBE10R	BEI10 年物・10 年物国債金利 ^{（注3）}
⑧ビジネス・消費者サーベイ	ALLING	全産業活動指数の HP フィルタ値ギャップ ^{（注4）}
⑨外国価格変数	YUNYUP	輸入物価指数（前年同月比）

（注1）消費税の影響については、2%上昇時（1997 年度）は 1.2%、3%上昇時（1989 年度、2014 年度）は 1.8%の影響（約 6 割）が出たものと仮定して控除した。

（注2）1994 年 6 月以前は一般社団法人日本不動産研究所の住宅価格指数がないため、新設住宅着工戸数の前 3 期移動平均値を使用。

（注3）2005 年 1 月以降はブレイクイーブンインフレ率（10 年、ただし未発行期間は最長物）とし、それ以前は、期待インフレ率が一定程度反映される 10 年物国債金利で代替。

（注4）全産業活動指数を Hodrick-Prescott（HP）フィルタした値と、元値とのギャップ。

（注5）データは 1990 年 1 月～2017 年 6 月までの月次データを使用市場データについては月末値。

（出所）Bloomberg、総務省、日本銀行、厚生労働省、経済産業省、一般社団法人日本不動産研究所。

表 3 記述統計（基本統計・相関行列）

	Obs	Mean	Std.	Dev.	Min
jcpit	330	0.33	1.13	-2.50	4.20
jws	330	-0.19	2.29	-8.50	7.50
wti	330	46.96	30.44	11.22	140.00
reipyr	330	-2.65	7.39	-24.97	11.43
jarate	330	0.84	0.30	0.43	1.51
nky	330	15,631	5,048	7,568	37,189
jbe10r	330	1.49	2.43	-2.69	8.22
alling	330	0.07	1.86	-7.21	4.70
yunyup	330	0.81	10.81	-34.83	27.21

	jcpit	jws	wti	reipyr	jarate	nky	jbe10r	alling	yunyup
jcpit	1								
jws	0.460	1							
wti	-0.118	0.438	1						
reipyr	0.036	0.186	0.373	1					
jarate	0.624	0.339	0.115	0.292	1				
nky	0.599	0.084	-0.455	-0.010	0.549	1			
jbe10r	0.650	0.027	-0.700	-0.194	0.348	0.787	1		
alling	0.433	0.570	0.146	0.089	0.495	0.405	0.249	1	
yunyup	0.072	0.708	0.355	0.164	0.090	0.009	-0.071	0.529	1

4.3 推計結果

表 2 に示した 9 カテゴリーに属するデータを説明変数とし、12 カ月後の消費者物価指数について 3 つのカテゴリー（0%未満=1、0%以上～2%未満=2、2%以上=3）を従属変数とした上で、順序ロジットモデル（説明変数の異なる A・B の 2 ケース）、一般化順序ロジットモデル（C）、平行性の仮定を一部緩めた一般化順序ロジットモデル（部分比例オッズモデル：Partial proportional odds models）を 2 ケースに分け、各カテゴリー間における係数が等しいとする帰無仮説を 5%水準で緩めたケース（D）と 1%水準で緩めたケース（E）を用いて、それぞれ推計を行った結果が表 4、表 5 である⁸。それぞれの推計結果については、単純に推計された係数に加えて、平均的な限界効果（Average Marginal effects）を示す係数とその P 値も推計している。これは、説明変数の値が 1 増えるごとに、各カテゴリーの確率がどの程度変化するかという限界効果を推計したものである⁹。また、それぞれについて、実績としての物価カテゴリーが、予測により正しく予測された件数・割合を示す実績的中率と、予測された物価カテゴリーの予測が正しく予測された件数・割合を示した予測的中率について表 6 で示した。

まず、通常の順序ロジットモデルによる推計を行ったところ（推計結果 A）、明らかに符号条件が合致せず有意となっている変数（JWS）がみられたことから、これを除いた上で改めて順序ロジットモデルによる推計を行った（推計結果 B）。しかしながら、この推計結果については、既述のとおり、平行性の仮定の問題がありうるため、各変数のカテゴリー間において係数が等しいとする帰無仮説を検定する BrantTest を行ったところ、5%水準でみた場合、jcpi、alling 等において帰無仮説を棄却できなかった¹⁰。

このため、各カテゴリーについて異なる係数を持ちうる一般化順序ロジットモデル（推計結果 C）と、平行性の仮定を一部係数について緩めた一般化順序ロジットモデル（＝部分比例オッズモデル：Partial proportional odds models）による推計を、各カテゴリー間における係数が等しいとする帰無仮説を 5%水準で緩めたケース（D）と 1%水準で緩めたケース（E）の 2 ケースで行った。

全体としてみれば、金融変数である日経平均（NKY）と労働市場指数である有効求人倍率（JARATE）の説明力が高く、原油価格（WTI）についても一定程度の説明力を有していることがうかがわれる。ただし、これらのモデルについては、各カテゴリー間で係数が異なることがあるため、各カテゴリーについての符号条件が相反するケース（例えば、モデル C・E の alling の係数）が生じている点については留意する必要がある。また、それぞれのモデルにおける限界効果の係数を見た場合についても、各カテゴリーの確率の対する各変数の

⁸ 一般化順序ロジットモデル、及び平行性の仮定を一部緩めた一般化順序ロジットモデル（部分比例オッズモデル）については、Stata15 を用いて推計し、Williams(2006)の gologit2 プログラムを用いた。

⁹ 限界効果は Stata15 において、一般化順序ロジットモデル等のコマンドにおける、margins オプションによって推計できる。

¹⁰ Brant Test については、Stata15 を用いて行い、Long and Freese（2014）による Brant プログラムを用いて実施した（柳下・不破 2016 と同様）。

影響が異なり、しばしば符号も異なるケースもみられる。これが、一般化順序ロジットモデルについては、その推計結果の解釈が難しい場合があるとされる所以であると思われる（Greene, 2011）。

また、すべての予測値のうち、もっとも確率が高かったカテゴリーが、実際に実現したかという観点からの予測的中率については、全体で 70% 台前半の値となり、またデフレ予測に限ってみても 70% 台前半の的中率を確保している。なお、5 つのすべての推計において、的中率はほぼ同じ水準であり大きな格差は見られなかったものの、全体の的中確率でみると、モデル（D）の部分比例オッズモデル（各カテゴリー間における係数が等しいとする帰無仮説を 5% 水準で緩めたケース）がもっとも高かった（73%）。

次に、これをもとに各カテゴリーの選択確率を推計し、「デフレ確率」となる 0% 未満（＝1）となる確率の推移を示したものが図 6、同様に「2% 達成確率」を示す 2% 以上（＝3）となる確率の推移を示したものが図 7 である。なお、予測値が 12 カ月後の消費者物価上昇率であるため、2016 年 6 月までがサンプル内での推計値であり、2016 年 7 月以降 2017 年 6 月までの推計値は、サンプル期間外の外挿予測値となる。

まず、12 カ月後の「デフレ確率」については、バブル崩壊後のデフレ期間の長期化を反映して、一定期間高い状態で推移したものの、2007 年にかけて急速に低下し、また、2008 年のリーマンショック後から急上昇したが、2012 年後半のアベノミクスや 2013 年の「量的・質的金融緩和」を受けて低下して 10% 以下で推移している。

また、12 カ月後の「2% 目標達成確率」については、バブル崩壊後は長期間ゼロが続いたのち、2007 年の原油価格高騰などを反映して一時上昇したのち、リーマンショックを経て再びゼロが続いた。その後は「デフレ確率」の推移と同様に、2012 年後半あたりから徐々に上昇しつつあることがわかる。このように、推計された「デフレ確率」の推移（及び「2% 達成確率」の推移）については、概ね経済・金融状況の変化を受けて想定される形で推移しているといえる。

なお、本推計の限界としては、既述のとおり、同じ変数であっても、各カテゴリーの符号条件があわないケースも散見され、これを完全に一致させることは非常に困難であると予想されることであり、モデルの解釈も困難とならざるを得ないことである（この点については、Greene（2011）でも指摘されている）。しかしながら、一定程度の確度をもって「デフレ確率」「2% 目標達成確率」を示すことはなされたものと考えられる。

表 4 推計結果

(1) 順序ロジットモデル (A)

	Ordered Logit (A)				Average Marginal Effects						BrantTest	
	Coef.	Prob.	符号条件		(1)デフレ(0%未満)		(2)0%以上2%未満		(3)2%以上		chi2	p>chi2
					dy/dx	Prob.	dy/dx	Prob.	dy/dx	Prob.		
jcpit	-0.06	(0.82)		△	0.01	(0.82)	-0.01	(0.82)	0.00	(0.82)	4.62	(0.03)
jws	-0.29	(0.01) ***		×	0.05	(0.01) **	-0.03	(0.01) **	-0.01	(0.02) **	0.16	(0.69)
wti	0.03	(0.01) ***		○	0.00	(0.01) **	0.00	(0.01) **	0.00	(0.02) **	2.39	(0.12)
reipyr	0.01	(0.73)		○	0.00	(0.73)	0.00	(0.73)	0.00	(0.73)	2.8	(0.09)
jarate	4.06	(0.00) ***		○	-0.63	(0.00) ***	0.46	(0.00) ***	0.18	(0.00) ***	1.28	(0.26)
nky	0.00	(0.00) ***		○	0.00	(0.00) ***	0.00	(0.00) ***	0.00	(0.00) ***	4.31	(0.04)
jbe10r	0.31	(0.07) *		○	-0.05	(0.06) *	0.03	(0.06) *	0.01	(0.07) *	4.18	(0.04)
alling	-0.06	(0.62)		△	0.01	(0.62)	-0.01	(0.62)	0.00	(0.62)	5.94	(0.02)
yunyup	0.05	(0.03) **		○	-0.01	(0.03) **	0.01	(0.03) **	0.00	(0.03) **	2.1	(0.15)
Log likelihood	-198.2				Coef.		Std.Err.					
Prob > chi2	0.0				cut1	7.17	1.02					
Number of obs	318				cut2	11.54	1.20					

(2) 順序ロジットモデル (B)

<説明変数として JWS を除いて推計した順序ロジットモデル>

	Ordered Logit (B)				Average Marginal Effects						BrantTest	
	Coef.	Prob.	符号条件		(1)デフレ(0%未満)		(2)0%以上2%未満		(3)2%以上		chi2	p>chi2
					dy/dx	Prob.	dy/dx	Prob.	dy/dx	Prob.		
jcpit	-0.31	(0.16)		△	0.05	(0.15)	-0.04	(0.14)	-0.01	(0.17)	4.65	(0.03)
wti	0.02	(0.05) **		○	0.00	(0.04) **	0.00	(0.04) **	0.00	(0.06) *	3.28	(0.07)
reipyr	0.01	(0.69)		○	0.00	(0.69)	0.00	(0.69)	0.00	(0.69)	2.76	(0.10)
jarate	4.08	(0.00) ***		○	-0.64	(0.00) ***	0.46	(0.00) ***	0.18	(0.00) ***	1.31	(0.25)
nky	0.00	(0.00) ***		○	0.00	(0.00) ***	0.00	(0.00) ***	0.00	(0.00) ***	4.18	(0.04)
jbe10r	0.27	(0.09) *		○	-0.04	(0.09) *	0.03	(0.09) *	0.01	(0.10)	4.68	(0.03)
alling	-0.10	(0.34)		△	0.02	(0.34)	-0.01	(0.34)	0.00	(0.34)	6.65	(0.01)
yunyup	0.01	(0.42) **		○	0.00	(0.42)	0.00	(0.42)	0.00	(0.42)	2.82	(0.09)
Log likelihood	-201.4				Coef.		Std.Err.					
Prob > chi2	0.0				cut1	6.99	1.02					
Number of obs	318				cut2	11.27	1.18					

(3) 一般化順序ロジットモデル (C)

	(C) General Ordered Logit						Average Marginal Effects					
	1			2			(1)デフレ(0%未満)		(2)0%以上2%未満		(3)2%以上	
	Coef.	Prob.	符号条件	Coef.	Prob.	符号条件	dy/dx	Prob.	dy/dx	Prob.	dy/dx	Prob.
jcpit	-0.30	(0.19)	△	-10.90	(0.03) **	×	0.05	(0.19)	0.10	(0.12)	-0.15	(0.00) ***
wti	0.02	(0.09) *	○	0.21	(0.03) **	○	0.00	(0.08) *	0.00	(0.99)	0.00	(0.00) ***
reipyr	0.01	(0.75)	○	0.22	(0.07) **	○	0.00	(0.75)	0.00	(0.66)	0.00	(0.02) **
jarate	3.98	(0.00) ***	○	15.47	(0.05) **	○	-0.69	(0.00) ***	0.48	(0.00) ***	0.21	(0.02) **
nky	0.00	(0.01) ***	○	0.00	(0.02) **	○	0.00	(0.00) ***	0.00	(0.33)	0.00	(0.00) ***
jbe10r	0.21	(0.21)	○	7.89	(0.03) **	○	-0.04	(0.21)	-0.07	(0.13)	0.11	(0.00) ***
alling	-0.17	(0.13)	△	3.92	(0.02) **	○	0.03	(0.13)	-0.08	(0.00) ***	0.05	(0.00) ***
yunyup	0.01	(0.62)	○	0.31	(0.05) **	○	0.00	(0.62)	0.00	(0.47)	0.00	(0.02) **
_cons	-6.32	(0.00) ***		-75.29	(0.01) ***		-	-	-	-	-	-
Log likelihood	-177.2			Prob > chi2	0.0		Number of obs		318			

表 5 推計結果（続き）

(4) 部分比例オッズモデル (D)

	(D) Partial Proportional Odds (0.05)						Average Marginal Effects					
	1			2			(1)デフレ(0%未満)		(2)0%以上2%未満		(3)2%以上	
	Coef.	Prob.	符号条件	Coef.	Prob.	符号条件	dy/dx	Prob.	dy/dx	Prob.	dy/dx	Prob.
jcpit	-0.33	(0.15)	△	-1.87	(0.01)	** ×	0.02	0.06 (0.14)	-0.02	(0.68)	-0.04	(0.01) ***
wti	0.02	(0.06)	*				0.06	0.00 (0.06) *	0.00	(0.06) *	0.00	(0.09) *
reipyr	0.00	(0.86)	○	0.12	(0.03)	** ○	0.04	0.00 (0.06) *	0.00	(0.06) *	0.00	(0.09) *
jarate	4.25	(0.00)	*** ○				0.15	-0.71 (0.00) ***	0.62	(0.00) ***	0.09	(0.00) ***
nky	0.00	(0.00)	*** ○				0.05	0.00 (0.00) ***	0.00	(0.00) ***	0.00	(0.01) ***
jbe10r	0.21	(0.23)	○	1.64	(0.00)	*** ○	0.00	-0.03 (0.22)	0.00	(0.98)	0.04	(0.00) ***
alling	-0.18	(0.11)	*	1.32	(0.00)	*** ○	0.00	0.03 (0.10) *	-0.06	(0.00) ***	0.03	(0.00) ***
yunyup	0.01	(0.57)	○				0.11	0.00 (0.57)	0.00	(0.57)	0.00	(0.57)
_cons	-6.93	(0.00)	***	-16.25	(0.00)	***	-	-	-	-	-	-
Log likelihood	-184.6			Prob > chi2	0.0		Number of obs	318				

(5) 部分比例オッズモデル (E)

	(E) Partial Proportional Odds(0.01)						Average Marginal Effects					
	1			2			(1)デフレ(0%未満)		(2)0%以上2%未満		(3)2%以上	
	Coef.	Prob.	符号条件	Coef.	Prob.	符号条件	dy/dx	Prob.	dy/dx	Prob.	dy/dx	Prob.
jcpit	-0.35	(0.11)	△				0.05	0.06 (0.10) *	-0.04	(0.10)	-0.01	(0.12)
wti	0.02	(0.06)	*				0.06	0.00 (0.05) **	0.00	(0.05) *	0.00	(0.07) *
reipyr	0.01	(0.51)	○				0.04	0.00 (0.51)	0.00	(0.51)	0.00	(0.52)
jarate	4.35	(0.00)	*** ○				0.15	-0.70 (0.00) ***	0.54	(0.00) ***	0.15	(0.00) ***
nky	0.00	(0.00)	*** ○				0.05	0.00 (0.00) ***	0.00	(0.00) ***	0.00	(0.00) ***
jbe10r	0.26	(0.11)	○				0.04	-0.04 (0.11)	0.03	(0.11)	0.01	(0.12)
alling	-0.25	(0.02)	** ×	0.84	(0.00)	*** ○	0.00	0.04 (0.02) **	-0.07	(0.00) ***	0.03	(0.00) ***
yunyup	0.02	(0.23)	○				0.11	0.00 (0.23)	0.00	(0.23)	0.00	(0.22)
_cons	-7.30	(0.00)	***	-13.38	(0.00)	***						
Log likelihood	-191.4			Prob > chi2	0.0		Number of obs	318				

(注 1) 符号条件については、合致していて P 値も有意な場合には○、符号条件は合致しないが有意でないものは△、符号条件が合致せず有意なものは×とした。

(注 2) カッコ内は P 値。*, **, ***はそれぞれ 10%、5%、1%水準で有意。

表 6 各モデル別の的中率の状況

			実績件数(b)			予測の 的中率 (c/a)	的中 件数計	的中率 (全体)
			デフレ (0%未満)	0%以上 2%未満	2%以上			
			143	151	24	318		
Model	予測件数(a)		的中件数(c)			-		
(A) Ordered Logit	デフレ(0%未満)	151	109	-	-	72.2%	231	72.6%
	0%以上2%未満	152	-	108	-	71.1%		
	2%以上	15	-	-	14	93.3%		
	実績の的中率(c/b)	318	76.2%	71.5%	58.3%	-		
(B) Ordered Logit	デフレ(0%未満)	140	102	-	-	72.9%	229	72.0%
	0%以上2%未満	164	-	113	-	68.9%		
	2%以上	14	-	-	14	100.0%		
	実績の的中率(c/b)	318	71.3%	74.8%	58.3%	-		
(C) General Ordered Logit	デフレ(0%未満)	143	102	-	-	71.3%	229	72.0%
	0%以上2%未満	150	-	107	-	71.3%		
	2%以上	25	-	-	20	80.0%		
	実績の的中率(c/b)	318	71.3%	70.9%	83.3%	-		
(D) Partial Proportional Odds(0.05)	デフレ(0%未満)	141	102	-	-	72.3%	232	73.0%
	0%以上2%未満	158	-	112	-	70.9%		
	2%以上	19	-	-	18	94.7%		
	実績の的中率(c/b)	318	71.3%	74.2%	75.0%	-		
(E) Partial Proportional Odds(0.01)	デフレ(0%未満)	141	102	-	-	72.3%	230	72.3%
	0%以上2%未満	157	-	111	-	70.7%		
	2%以上	20	-	-	17	85.0%		
	実績の的中率(c/b)	318	71.3%	73.5%	70.8%	-		

(注) 予測の的中は、予測でもっとも確率の高かったカテゴリーが、実際に実績値として実現した件数。
 実績の的中率は、実績としての物価カテゴリーが、予測により正しく予測された件数・割合を示す。

図 6 推計された「デフレ確率」の推移

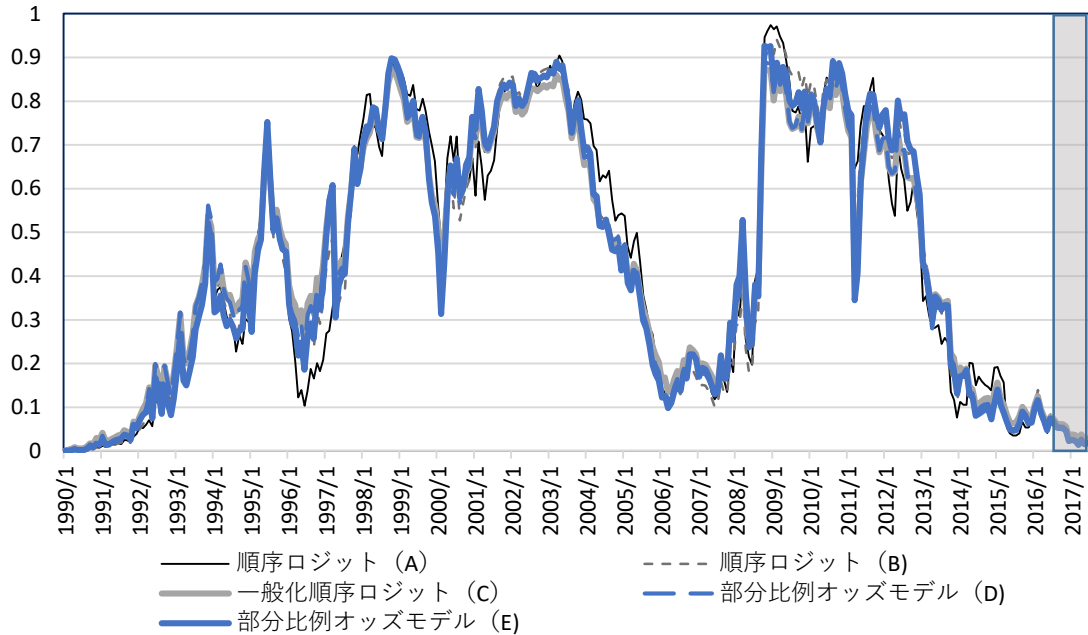
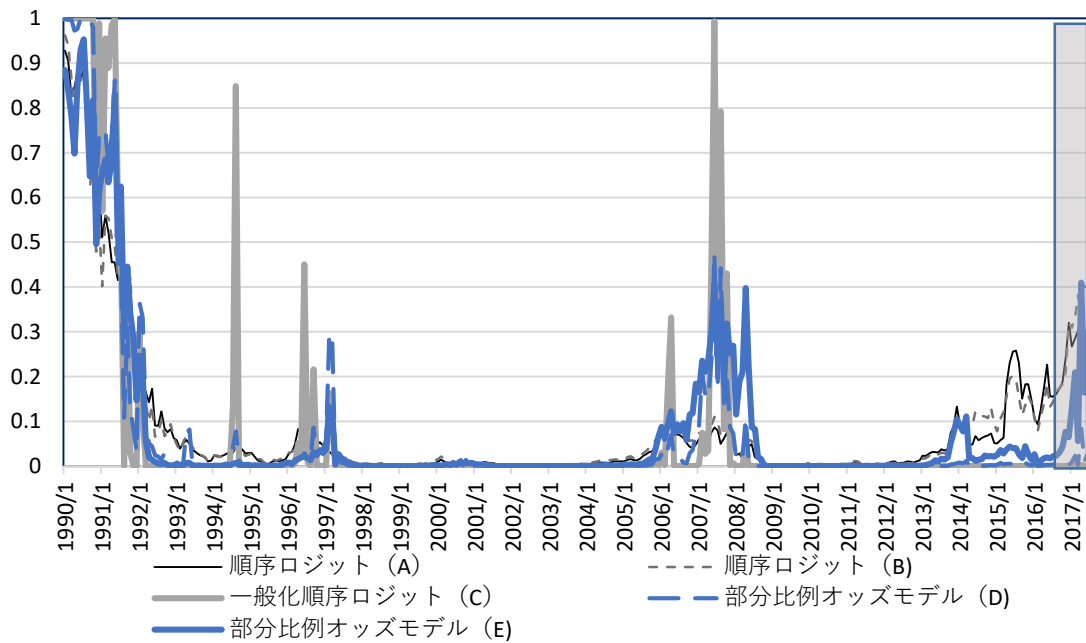


図 7 推計された「物価水準 2%達成確率」の推移



(注) 1 を 100% とする割合で表示。サンプル内での推計は 1990 年 1 月～2016 年 6 月の期間であり、2016 年 7 月以降（網掛け部分）については、外挿予測値である。

5. 応用：デフレ・オプション価格の決定

5.1 Wang 変換を用いたデフレ・デジタルオプションの価格決定

欧米ではインフレリスクをヘッジするための様々なデリバティブが取引されているが、日本ではインフレスワップを除き物価に関する先物や物価に関するオプションは存在していない¹¹。このため、物価の下方（デフレ）リスクや上昇（インフレ）リスクをヘッジすることができない。

ここでは、将来のデフレリスクをヘッジするためのデジタル（バイナリー）オプションの価格決定モデルを考え、その特徴を議論する。このオプションは、現在を t 時点としたときに、オプション満期 T に、デフレが生じていれば $X_T=1$ 円を払い、そうでなければ何も払わない（ $X_T=0$ 円）ものとする。したがって、このオプションの現在時点 t の価格は、

$$\begin{aligned} V_t &= e^{r(T-t)} \left[G \left(\Pr(\Pi_{t+h|t} = 1) \right) 1 \text{ 円} + \left(1 - G \left(\Pr(\Pi_{t+h|t} = 1) \right) \right) 0 \text{ 円} \right] \\ &= e^{r(T-t)} G \left(\Pr(\Pi_{t+h|t} = 1) \right) \end{aligned} \quad (15)$$

ここで $\Pr(\Pi_{t+h|t} = 1)$ は式(7)で示された h 年後のデフォルト確率であり、 r は年あたりリスクフリーレートである。関数 $G(\cdot)$ は、推定された実デフレ確率を、投資家の物価に関する期待やリスク回避度を反映したリスク回避度を用いてリスク調整後のデフレ確率に変換するための変換式である。実確率からリスク調整後確率への変換にあたっては様々な方法があるが、ここでは保険数理でよく用いられている Wang 変換（Wang, 2004; Wang, 2000）適用する。Wang 変換は $\Phi(\cdot)$ を平均ゼロ、分散 1 の標準正規分布関数としたときの次のような確率測度の変換式である。

$$G \left(\Pr(\Pi_{t+h|t} = 1) \right) = \Phi \left[\Phi^{-1} \left(\Pr(\Pi_{t+h|t} = 1) \right) + \lambda \right] \quad (16)$$

リスク回避型の投資家は $\lambda > 0$ であるので、変換後のデフレ確率 $G(\Pr(\Pi_{t+h|t} = 1))$ は変換前の実確率 $\Pr(\Pi_{t+h|t} = 1)$ よりも大きくなる。リスク回避的な（慎重な）投資家はリスク回避度を反映したデフレ確率をその実確率より大きく見積もる。これが Wang 変換にある確率測度変換の直感的な考え方である。

5.2 数値例

図 8 は 2009 年 1 月のリーマンショック時の実際のデフレ確率 $\Pr(\Pi_{t+h|t} = 1) = 0.80224$ と、2016 年 6 月の実デフレ確率 $\Pr(\Pi_{t+h|t} = 1) = 0.05849$ について式(16)を用いてリスク調整後のデフォルト確率に変換をしたものである¹²。

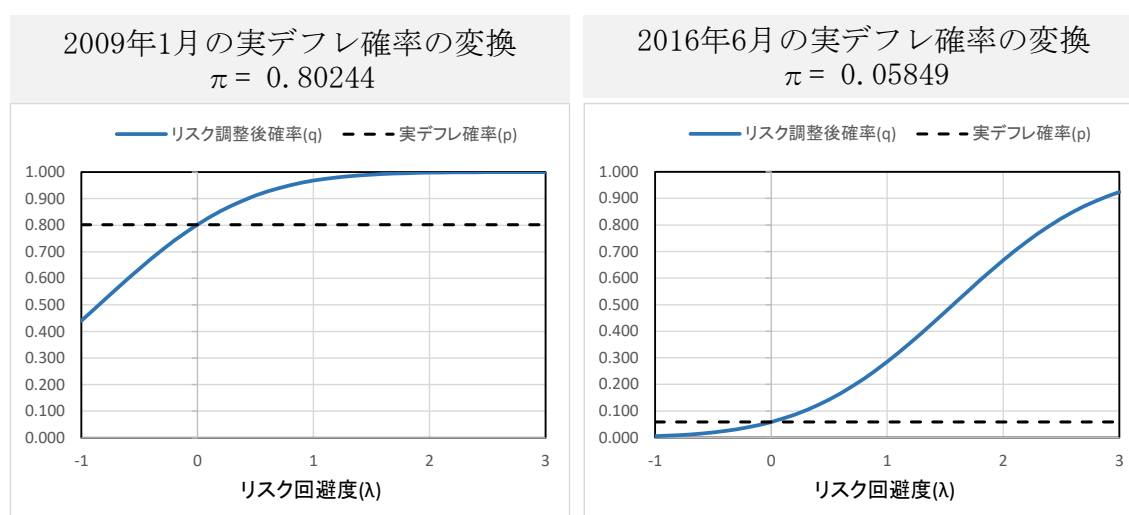
¹¹ 欧米における物価指数に対するデリバティブの概要については Deacon *et al.* (2009) を参照。

¹² 変換前の実デフレ確率 $\Pr(\Pi_{t+h|t} = 1)$ は表 5 の「部分比例オッズモデル(D)」による。

横軸はリスク回避度 λ を示し、マイナス 1 からプラス 3 までの範囲を示し、縦軸はリスク回避度の変化に応じてリスク調整後デフレ確率の変化を示している。リスク回避度 λ がマイナスであるとは、リスク愛好型、ゼロのときはリスク中立型、マイナスのときはリスク回避型の投資家を示す。横軸と水平な点線は実際の確率率 $\Pr(\Pi_{t+h|t} = 1)$ を示している。リスク回避度 λ がゼロの場合、実際のデフレ確率はリスク調整後デフォルト確率に等しくなる。

2009 年 1 月のリーマンショック時には、景気後退を反映し実際のデフレ確率は 0.8 まで増加した。すでに高いデフレ確率であったので、リスク回避度がゼロから上昇してもリスク調整後のデフレ確率はそれほど増加しない。リスク調整後デフレ確率が 0.968 のほぼ上限に達するためにはリスク回避度 $\lambda=1$ 程度で十分である。これに対し 16 年 6 月のデフレ確率がすでに極めて低い状態の場合には $\lambda=1$ のリスク回避度に対して、リスク調整後のデフレ確率は 0.3 程度の水準にとどまっている。 λ がマイナスのリスク愛好型の投資家についてはこうした点と逆の傾向が見られる

図 8 実際のデフレ確率をリスク調整後のデフォルト確率に変換をする



6. おわりに

本稿は、米国の中央銀行等においてデフレ確率が算出され、それを公表することで、デフレに陥るリスクを広く共有することができている一方、我が国においては、このような取り組みはみられないことを踏まえ、その理由として何が考えられるのか、また我が国においても同様なデフレ確率を算出することは可能なのか、そのための課題は何なのかといった問題について検討し、我が国におけるデフレ確率の推計を試みたものである。

まずはじめに、欧米で行われているような様々な推計方法を検討し、米国セントルイス連銀で行われている順序プロビット（ロジット）モデルによる推計は、我が国においても一定程度可能であることから、その推計を試みた。その際、順序ロジットモデルにおいてしばしば指摘されている平行性の問題についての指摘を考慮して、各カテゴリーにかかる係数が同じとする制約を緩める形での推計も行った。この結果、モデルの的中率（予測に対する実績的中率、実績に対する予測的中率）は7割以上を確保することができた。推計された「デフレ確率」の推移をみると、リーマンショックや2000年前後のデフレからの脱却を掲げていた時期にはやはり「デフレ確率」が高かったものの、リーマンショック直前の景気拡大期やいわゆるアベノミクス以後には「デフレ確率」が顕著に減少していることが示された。他方、いわゆる異次元金融緩和の目標である2%の消費者物価上昇率の目標についても、同時に推計されたことから、その「2%達成確率」をみると直近では幾分上昇したものの、引き続き低い状態が続いていることが示され、依然として物価上昇率の2%達成を成し遂げることは厳しいことが示唆される。なお、全体としてみれば、金融変数である日経平均（NKY）と労働市場指数である有効求人倍率（JARATE）の説明力が高く、原油価格（WTI）についても一定程度の説明力を有することがうかがわれる。他方、本モデルの限界としては、一般化順序ロジットモデルでは、同じ変数であっても、各カテゴリーの符号条件があわないケースも散見され、これを完全に一致させることは非常に困難であることであり、その推計結果の解釈が難しいことがある（Greene（2011）でも指摘）。しかしながら、一定程度の確度をもって「デフレ確率」「2%目標達成確率」を示すことはできたことから、本稿の目的も一定程度達成できたものと考えられる。

また、応用として、Wang 変換を用いた将来のデフレリスクをヘッジするためのデジタル（バイナリー）オプションの価格決定モデルを考えその特徴を議論した。これによる、リスク回避度の変化に応じてリスク調整後デフレ確率を踏まえた議論を行った。

米国では、物価連動国債の元本保証価値やインフレスワップといったデリバティブ商品を活用する形でデフレ確率を推計する例もみられるが、我が国においては、こうした取り組みは理論的に可能ではあるものの、流動性リスクプレミアムの調整やデータ制約などの課題を要する。また、プライシング・カーネル等を活用したアプローチについても、物価連動国債の流通銘柄数も現時点では欧米と比較して少ないことから、課題が残る。今後、こうした点についてのデータの状況やその修正可能性等について吟味しつつ、取り組みを行っていくことが課題であると考えられる。

参考文献

- 北村伸行「第9章 順序選択モデル」『ミクロ計量経済学入門』日本評論社、2009年
- 小林伸行「インフレーションデリバティブの現状と将来」『証券アナリストジャーナル』51.8(2013): 45-51、日本証券アナリスト協会
- 小林正人「順序プロビット・モデルのテストと社債格付データへの応用」『金融研究』20(2001): 1-18.
- 中山めぐみ・森平爽一郎「格付け選択確率の推定結果と信用リスク量」『1998年度日本金融・証券計量・工学学会（JAFEE）夏季大会予稿集』（1998）: 210-225
- 日本銀行「「量的・質的金融緩和」導入以降の経済・物価動向と政策効果についての総括的な検証：背景説明」2016年9月21日
- 日本銀行企画局（西野孝佑、山本弘樹、北原潤、永幡崇）「「量的・質的金融緩和」の3年間における予想物価上昇率の変化－「総括的検証」補足ペーパーシリーズ①－」日銀レビー 2016-J-17（2016）、日本銀行
- 森平爽一郎・湯山智教「物価連動国債の元本保証－消費者物価指数に関するリアルオプション－」『リアルオプションと戦略』8.3(2016): 33-46、日本リアルオプション学会
- 安川武彦「サンプル・セレクション・モデルによる社債格付けの比較」『現代ファイナンス』10(2001), 63-83.
- 安川武彦「平行性の仮定と格付けデータ：順序ロジットモデルと逐次ロジットモデルによる分析（特集 ファイナンス統計学）」『統計数理』50.2(2002): 201-216.
- 柳下実・不破麻紀子「順序変数を従属変数とする回帰モデルの検討：学歴と結婚意欲の関係は線形か？」東京大学社会科学研究所パネル調査プロジェクト ディスカッションペーパーシリーズ No.96（2016）
- 湯山智教・森平爽一郎「リスクプレミアムを勘案した市場における期待インフレ率の抽出について」『現代ファイナンス』（2017年掲載予定）、MPT フォーラム・日本ファイナンス学会
- Christensen, Jens H E, Jose a. Lopez, and Glenn D. Rudebusch. "Extracting deflation probability forecasts from Treasury yields." *International Journal of Central Banking* 8.4 (2012): 21-60.
- Christensen, Jens HE, Jose A. Lopez, and Glenn D. Rudebusch. "Pricing deflation risk with US Treasury yields." *Review of Finance* 20.3 (2015): 1107-1152.
- D'Amico, Stefania, Don H. Kim, and Min Wei. "Tips from TIPS: the Informational Content of Treasury Inflation-Protected Security Prices." FEDS Working Paper No. 2014-24 (2014). Board of Governors of the Federal Reserve System.
- Deacon, Mark, Andrew Derry, and Dariush Mirfendereski. *Inflation-indexed securities: bonds, swaps and other derivatives*. Second edition. John Wiley & Sons. 2009
- Fleckenstein, Matthias, Francis A. Longstaff, and Hanno Lustig. "Deflation risk." *The Review of Financial Studies* 30.8 (2017): 2719-2760.

- Greene, William H. *Econometric analysis*. Seventh Edition. Pearson Education India. 2011.
- Higgins, Pat. "Technical details for computing deflation probabilities with TIPS prices." Supplemental resources of Inflation Project (Deflation Probabilities). (2010). Federal Reserve Bank of Atlanta.
- Higgins, Pat. "Using TIPS to gauge deflation expectations." *Macroblog*. October 7 (2010). Federal Reserve Bank of Atlanta.
- Higgins, Pat. "5-Year Deflation Probability Moves Off Zero." *Macroblog*. September 4 (2015). Federal Reserve Bank of Atlanta.
- Jackson, Laura E., Kevin L. Kliesen, and Michael T. Owyang. "A Measure of Price Pressures." *Federal Reserve Bank of St. Louis Review* (First Quarter 2015) 97.1: 25-52.
- Jackson, Laura E., Kevin L. Kliesen, and Michael T. Owyang. "Introducing the St. Louis Fed Price Pressures Measure." *Economic Synopses* No.25 (2015). Federal Reserve Bank of St. Louis.
- Kitsul, Yuriy, and Jonathan H. Wright. "The economics of options-implied inflation probability density functions." *Journal of Financial Economics* 110.3 (2013): 696-711.
- Lioui, Abraham, and Patrice Poncet. 2005. "General Equilibrium Pricing of CPI Derivatives." *Journal of Banking & Finance* 29 (5): 1265–94.
- Long, Scott J., *Regression Models for Categorical and Limited Dependent Variables: A volume in the Sage Series for Advanced Quantitative Techniques*. 1997. Thousand Oaks. CA: Sage Publications.
- Long, Scott J. and Jeremy Freese, *Regression Models for Categorical Dependent Variables using Stata 3rd Edition*. Stata press. 2014.
- Peterson, Bercedis, and Frank E. Harrell Jr. "Partial Proportional Odds Models for Ordinal Response Variables." *Applied Statistics* (1990): 205-217.
- Sack, Brian. "Deriving inflation expectations from nominal and inflation-indexed Treasury yields." *The Journal of Fixed Income* 10.2 (2000): 6-17.
- Smith, Tom. "Option-Implied Probability Distributions for Future Inflation." *Bank of England Quarterly Bulletin*. 52.3. (2012): 224-233.
- Train, Kenneth E. *Discrete Choice Methods with Simulation*. Cambridge university press. 2009.
- Wang, Shaun S. "A Class of Distortion Operators for Pricing Financial and Insurance Risks." *The Journal of Risk and Insurance* 67.1 (2000): 15–36.
- Wang, Shaun S. "Cat Bond Pricing Using Probability Transforms." *Geneva Papers: Special Issue on Insurance and the State of the Art in Cat Bond Pricing* 278 (2004): 19–29.
- Williams, Richard. "Generalized ordered logit/partial proportional odds models for ordinal dependent variables." *Stata Journal* 6.1 (2006): 58-82.
- Williams, Richard. "Understanding and interpreting generalized ordered logit models." *The Journal of Mathematical Sociology* 40:1(2016): 7-20.
- Wright, Jonathan. "Comment on understanding inflation-indexed bond markets." *Brookings Papers on Economic Activity* (Spring 2009): 126-135.