

Pandemic Bond Pricing Valuation Model

Yuki Shinomiya^a Junichi Imai^{b*}

^a*Graduate School of Science and Technology, Keio University*

^b*Faculty of Science and Technology, Keio University*

Abstract: Several pandemics have occurred in the 21st century. In 2017, IBRD, an organization of the World Bank Group, issued the world's first Pandemic Bonds in order to create a mechanism for rapid financial assistance in the event of a pandemic. These bonds are considered valuable because they allow the risk of economic loss due to a pandemic to be transferred to financial markets. In this study, we theoretically derive the price of one of Pandemic Bonds issued by IBRD in 2017. The risk of pandemics is modeled by extending the mathematical model of infectious diseases. In deriving the price of the bond, we convert the P-measure to a risk-neutral measure, taking into account the fact that the bond belongs to an incomplete market. The validity of the issue price is discussed by comparing it with the theoretical price.

Keywords: Pandemic bond; Incomplete market; SEIR model; Monte Carlo simulation

*This work was supported by JSPS KAKENHI Grant Number YYH1C06.

パンデミック債の価格評価モデル

四ノ宮裕貴^a 今井潤一^b

^a 慶應義塾大学大学院理工学研究科

^b 慶應義塾大学理工学部

1 はじめに

21世紀に入ってからSARS（2002～2003），新型インフルエンザ（2009），COVID-19などいくつかのパンデミックが発生している。パンデミックが発生した際に迅速かつ円滑に資金援助が行える仕組みづくりとして，2017年に世界銀行グループのIBRDはインフルエンザウイルスとコロナウイルスを対象として世界初となるパンデミック債を発行した。この債券は通常の債券よりも高い利率が支払われる一方で，トリガー条件を満たしパンデミックが発生したと認定されると投資家が本来受けるべき元本は毀損され，発行者はそれをパンデミックに対応するための資金として獲得できる。この債券を活用することで，公的機関のみでは抱えきれないパンデミックによる経済損失リスクを金融市場に転嫁できるため，リスク回避の手段として保険・再保険市場から見ても有用であると考えられる。

およそ20年前から，天候デリバティブ，CATボンド（大災害債）など様々な事象を原資産とするデリバティブが開発され，それらに対する理論的な適正価格に関する研究が盛んに行われている。しかし，パンデミックを原資産とするデリバティブについての研究は，知りうる限りではまだない。また，2017年に発行されたパンデミック債に関しても，価格付けの実態については公開されていない。パンデミック債市場が今後発展していくためには，パンデミックの発生リスクを正しくモデル化し，適正な価格が決定されることが重要である。そこで本研究は，2017年にIBRDが発行したパンデミック債の価格を理論的に導き出す。パンデミックの発生リスクに関しては，疫学の分野で発展してきた感染症の数理モデルを拡張しながら独自にモデル化する。また価格導出においては，当該債券が非完備市場であることを踏まえたリスク中立測度への変換を行う。理論価格と比較することで，実際の発行価格の妥当性について考察する。

2 モデル

本研究では，感染症の発生からパンデミックに至るまでの時間差を考慮して，パンデミックという事象を感染症の発生とその後の流行という2段階からなるものとして定式化する。

2.1 感染症の発生モデル

感染症の発生は地震などの自然災害と同様に，発生頻度が低く記憶性のない事象と捉え，発生時刻が強度 λ の指数分布に従うと仮定する。ここでは，Burnecki and Kukla [3] における災害発生モデルを参

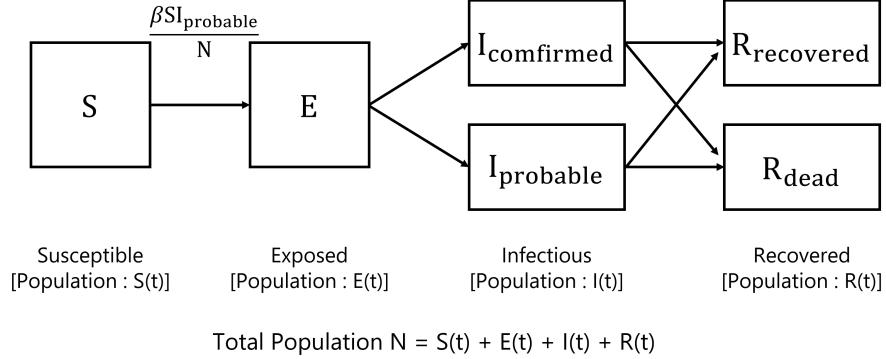


図 1: 感染症の流行モデル

考にした。

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}.$$

続いて発生した感染症の感染率であるが、本研究では感染率 $\beta(0)$ が対数正規分布に従うと考える。これは、流行モデルとの整合性と、インフルエンザウイルスの感染力を表す指標 R_0 が単峰型の分布であること（災害リスクモデルの開発を行う AIR Worldwide 合同会社のレポート [1] より）を考慮した結果である。

2.2 感染症の流行モデル

理論的及び実用的観点から、Brauer [2] の SEIR モデルを拡張した。全人口は 6 つの状態変数から構成され、図 1 のように遷移する。

現実として感染者数の推移は不確実性を伴うが、その原因のひとつとして感染率の不確実性が考えられる。感染率は非負であるため、本研究では Kucharski et al. [5] に倣い、感染率 $\beta(t)$ をドリフト μ 、ボラティリティ σ の幾何ブラウン運動としてモデル化する。

$$d\beta(t) = \mu\beta(t)dt + \sigma\beta(t)dW(t).$$

さらに、多国間の人の移動をモデルに組み込むために、渡航者を考慮したモデルの拡張を行う。渡航者数の変化は多国間の感染拡大を説明する上で欠かせないファクターであると考え、本研究では Ding et al. [4] では無視されていた渡航者数の変化をモデルに組み込む。

2.3 パンデミック債の価格式

パンデミック債の価格過程を $\{B_t\}_{t \in [0, T]}$ 、満期を T 、額面を F 、リスクフリーレートを r_f 、元本の償還レート過程を $\{X_t\}_{t \in [0, T]}$ 、クーポンレート過程を $\{C_t\}_{t \in [0, T]}$ 、元本の償還日を $\tau = \min\{T, \inf\{t | X_t = 0\}\}$ とする。このとき、当該債券の目論見書 [6] をもとに導出した価格式が式 (1) である。

$$B_0 = E^Q \left[e^{-r_f \tau} F \times X_\tau + \int_{t=0}^{t=\tau} e^{-r_f t} F \times C_t dt \right]. \quad (1)$$

E^Q はリスク中立測度 Q の下での期待値である。感染症のモデルに解析解が存在しないこと、および当該債券のトリガー条件が複雑であることから、価格の算出には数値計算が必要となる。

3 結果と考察

数値計算結果から導かれる洞察を紹介する予定である。債券の理論価格の算出には、モンテカルロ・シミュレーションを用いる。本研究の価格評価モデルに当てはめて、当時の発行価格から各種パラメータをインプライドして求め、その値の妥当性について考察する。

謝辞

本研究は JSPS 科研費 YYH1C06 の助成を受けたものです。

参考文献

- [1] AIR Worldwide: Introducing the AIR Pandemic Flu Model, <https://www.air-worldwide.com/SiteAssets/Publications/Presentations/attachments/Are-You-Ready-for-the-Next-Pandemic>(Accessed on 09/05/2022)
- [2] Brauer, Fred (2008): Compartmental models in epidemiology, *Mathematical Epidemiology*: Springer, 19–79.
- [3] Burnecki, Krzysztof and Grzegorz Kukla (2003): Pricing of zero-coupon and coupon CAT bonds, *Applicationes Mathematicae*, 315–324.
- [4] Ding, X., Huang, S., Leung, A., and Rabbany, R.(2021): Incorporating dynamic flight network in SEIR to model mobility between populations, *Applied Network Science*, 1-24.
- [5] Kucharski, A.J., Russell, T.W., Diamond, C., Liu, Y., Edmunds, J., Funk, S., and Flasche, S.(2020): Early dynamics of transmission and control of COVID-19: a mathematical modelling study, *The lancet infectious diseases*, 553-558.
- [6] World Bank: Pandemic Emergency Financing Facility (PEF) Framework : Prospectus Supplement Dated June 28, 2017, <https://thedocs.worldbank.org/en/doc/f355aa56988e258a350942240872e3c5-0240012017/original/PEF-Final-Prospectus-PEF.pdf>(Accessed on 09/05/2022)